

Marlene und die Zahlen: Permutationen durch Variation

Horst Hischer

Marlene, meine jüngste Enkelin, interessiert sich für Zahlen. Als sie knapp 5 Jahre alt war, rief sie mich mal an und fragte, ob denn 0 eigentlich eine gerade Zahl sei. Der sich daraus ergebende sokratische telefonische Dialog wurde 2014 in den *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* veröffentlicht und führte zu erfreuten Reaktionen aus dem Kollegenkreis.

Im Januar dieses Jahres, gerade 9 Jahre alt geworden und nun in der vierten Klasse, schickte sie mir per WhatsApp folgendes Bild als Ausschnitt einer handschriftlichen Rechnung und fügte listig die Frage hinzu:

„Fällt Dir etwas auf?“

Nach kurzem Hinschauen wird klar, dass die Ziffern des Ergebnisses dieser Division erstaunlicherweise eine Permutation der Ziffern des Dividenden bilden – und das war es, was sie selbstständig entdeckt hatte und mir als Rätsel offenbaren wollte.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	5										
-5											1	9	7	5	3	0	8	6	4	2
4	8																			
-4	5																			
	3	7																		
	-3	5																		
		2	6																	
		-2	5																	

Doch nicht genug mit diesem singulären Beispiel: Sie bot mir anschließend per WhatsApp weitere die „Ziffern permutierende“ Divisions-Beispiele an, auf die sie durch Variation der Voraussetzungen in ihrer eigenen „Aufgabe“ gestoßen war, unter anderem

$$9.786.534.210 : 5, \quad 876.543.210 : 5, \quad 123.567.890 : 5 \quad \text{und} \quad 123.457.890 : 5,$$

wobei man sich bei den letzten beiden Beispielen eine 0 an vorderster Stelle ergänzt denken möge, damit es „passt“.

Ich war verblüfft über diese kreativen, spielerisch gewonnenen und mir bisher unbekannt Entdeckungen und stieß dann mühelos auf weitere Beispiele, und auch Marlene setzte das Spiel fort, wobei sie natürlich – wie auch ich beim Nachspielen ihrer Vorgehensweise – zahlreiche Gegenbeispiele fand: Es gab also (erwartungsgemäß) nicht immer Permutationen der Ausgangsziffernfolgen. Doch unter welchen Bedingungen treten solche auf oder nicht auf? Klar, dass es sich hier um ein zahlentheoretisch zu begründendes (oder etwa ein bereits untersuchtes?) Phänomen handeln musste! Meine ersten Recherchen bei Zahlentheoretikern zeigten jedoch, dass dieses Phänomen möglicherweise bisher noch nicht zahlentheoretisch thematisiert und publiziert wurde.

Immerhin liegt auch hier – wie schon bei Marlenes o. g. früherer Frage, ob 0 eine gerade Zahl sei – ein Beispiel vor, das nichts mit „Anwendung von Mathematik“ oder einem so genannten „Realitätsbezug der Mathematik“ zu tun hat. Sondern vielmehr zeigt sich erneut, dass es offensichtlich ein ganz natürliches Interesse gibt, sich im Unterricht auch mit solchen mathematischen Fragen zu befassen, bei denen es nicht um die Nützlichkeit der Mathematik oder um Modellierung geht, sondern bei dem Mathematik „als Spiel des Geistes“ oder gemäß Wittenberg als „Wirklichkeit sui generis“ (also einer „Realität“ ganz anderer Art) erscheint. Und auch ein derartiges, nicht nur auf die Nützlichkeit der Mathematik zielendes Interesse verdient bekanntlich geweckt und gefördert zu werden!

Hierzu sei anekdotisch und bekräftigend ein Erlebnis erwähnt, das ich vor vielen Jahren im Rahmen einer schulbezogenen Tagung abends mit nicht-mathematischen Kollegen hatte, als wir beisammen saßen und einige wieder mal mit ihrer eigenen Nicht-Kenntnis in Mathematik kokettierten, was ein wohlbekanntes Phänomen unserer Gesellschaft ist. Ich nutzte das, um in dieser kleinen Runde die Geschichte der Entdeckung der Unendlichkeit der Primzahlmenge durch Euklid kurz zu skizzieren. Doch dann gab es leuchtende Augen:

Das also soll Mathematik sein?

Wenn doch so etwas mal im Unterricht vorgekommen wäre ...

Den Leserinnen und Lesern sei empfohlen, das von Marlene entdeckte Phänomen „permutierbarer (Dezimal-)Zahlen“ im Sinne von Hans Schupp durch *Variation* sowohl des Dividenden als auch des Divisors – und also mittels einer Vielzahl variantenreicher Beispiele und Gegenbeispiele – zunächst zu erkunden bzw. im Unterricht erkunden zu lassen, dann ggf. auch Vermutungen zu generieren bzw. generieren zu lassen und all dies dem Autor oder der Redaktion mitzuteilen, um es dann ggf. später in dieser Zeitschrift wiedergeben zu können. Und vielleicht verlässt man hierbei sogar variierend und experimentierend das Zehnersystem, oder man versucht programmierend weitere Lösungen zu finden? Ob es dann auch zu ersten kleinen elementaren Beweisen kommen mag, sei dahingestellt. Ein weites Feld!

Literatur

Hischer, Horst (2014). Marlene: „Ist 0 eigentlich eine gerade Zahl?“

In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 2014, Heft 96, 24. Siehe auch:

<https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/366/362>

(gültig am 29. 05. 2018)

Schupp, Hans (2002): *Thema mit Variationen – Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.

(Vorabdruck eines im Heft 105 (Juli 2018) der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* erscheinenden Kurzbeitrags.)