

## Vorwort

Die drei „berühmten Probleme der Antike“ – nämlich die Quadratur des Kreises, die Verdoppelung des Würfels und die Dreiteilung eines Winkels – waren seit fast 2500 Jahren Gegenstand mathematischer Betrachtungen, und sie fanden als „klassische Probleme der Antike“ Eingang in die Fachliteratur. Sie wurden und werden aber auch von mathematischen Laien aufgegriffen, die dann gelegentlich angebliche „Lösungen“ präsentieren. Dabei wurde im 19. Jahrhundert in der Mathematik abschließend bewiesen, dass diese drei Probleme *sämtlich nicht lösbar* sind. Im Mathematikstudium werden sie – wenn überhaupt – meist nur marginal in Vorlesungen erwähnt, und allenfalls werden sie dann mit wenigen Beweiszeilen als nicht lösbar vorgestellt.

Ohne vertiefte Kenntnis des mathematischen Gehalts dieser Probleme geht es hierbei nach landläufiger Meinung um reale „Konstruktionen mit Zirkel und Lineal“. Auf dieser Basis sind dann diverse Vorschläge denkbar, wie man diese Probleme „technisch“ lösen kann. So ist es nicht verwunderlich, dass viele solcher „Problemlöser“ mit ihrem Vorschlag die Hoffnung auf Berühmtheit und sogar eine finanzielle Würdigung verbinden, wie etwa ein Carl Paul Bouche mit einer sieben Seiten umfassenden, 1824 sogar im Druck erschienenen Abhandlung mit seiner „Lösung“ der Quadratur des Kreises. Er schreibt im Vorwort:

Hochgelehrte insonderheit hochzuverehrende Herren!

Ein neuer Zeitraum beginnt! Nach mehreren Jahrhunderten langes Forschen und Harren, nachdem bereits die gelehrte Welt den Glauben an eine Sache aufgegeben hatte, welche von je her das heisseste Streben Ihrer Wünsche war, dass es da einem Nichtgelehrten gelingen sollte, das Unmöglichscheinende zu lösen, gränzt an ein Wunder! Und dennoch ist es mir mit Gottes Hülfe gelungen! – Gegenwärtiges wird Sie von der Wahrheit meiner Behauptung überzeugen. Ohnerachtet es mich besonders glücklich macht, der Wissenschaft, wie der Welt überhaupt, durch gegenwärtige Entdeckung Nutzen gestiftet zu haben; so bekenne ich aufrichtig, dass mein Verdienst an der Sache deswegen für gering zu achten ist, weil das Wollen derselben nicht von mir abhing! Nein – eine unsichtbare Macht trieb mich, und liess mich nicht ruhen, bis das Schwere vollbracht – und die Wahrheit gefunden war. Der rechtliche Mann kann daher unmöglich den ehrlichen Finder dieses Kleinodes beneiden, welches derselbe als ein Gemeingut der Menschheit finden musste! Der in der Wissenschaft Eingeweihte kann dies um so weniger, je weniger er sich die Schwierigkeiten zu verhehlen vermag, womit ein Laie bei Vollbringung dieser Riesenarbeit zu kämpfen hatte. Mit in-nigem Dank wird daher gewiss Jeder dies freundliche Geschenk des Himmels aufnehmen. Zum Schlusse wage ich an die sehr geehrten Academien, welche je Preise auf diesen Gegenstand ausgesetzt haben, die Frage: Ob dem Entdecker dieses Schatzes, welchen derselbe auf den Altar der Wissenschaft niederlegt, nicht einiger Ersatz dafür gebühre? Ob er nicht ein Recht an Preise habe, welche nur unter der Voraussetzung eingezogen wurden, die Sache sei unmöglich? Indem ich als ein Ungelehrter um Nachsicht, Hinsichts der Form meines Vortrages bitte, zeichne mich mit aller gebührenden Hochachtung, als Ihr Diener

Carl Paul Bouche, Berlin, den 16. Dec. 1823.

Bouche hatt diese kleine Schrift 1824 *Sämmtlichen gelehrten Gesellschaften* gewidmet, und möglicherweise war auch die Berliner „Akademie der Wissenschaften“ darunter, die, dem Text folgend, offenbar für den Nachweis der Nichtlösbarkeit dieses Problems einen Preis ausgesetzt hatte. Immerhin wurde dieses Problem in der Mathematik bekanntlich erst 1882 abschließend dadurch gelöst, dass Ferdinand von Lindemann den Beweis der Transzendenz von  $\pi$  erbracht hatte, so dass nun in der Mathematik endlich die zuvor gehegte Vermutung gesichert war, dass die „Quadratur des Kreises“ tatsächlich nicht möglich ist.

Allerdings setzt diese Aussage (und natürlich deren Beweis) voraus, dass eindeutig geklärt ist, was man unter „Konstruktion mit Zirkel und Lineal“ verstehen *will*, was typisch ist für die Mathematik: Beweise sind nur unter konkret präzisierten Voraussetzungen möglich (Begriffe, Definitionen, bereits bewiesene Aussagen und akzeptierte „Grundwahrheiten“ wie Axiome und Postulate).

Ein Blick in die Geschichte dieser „drei klassischen Probleme der Antike“ und ihre damaligen Lösungsversuche lässt nun dieses Phänomen der unterschiedlichen Sichtweisen eines mathematischen „Problems“ deutlich werden. Insbesondere kann auf diese Weise exemplarisch erkannt werden, dass zwischen einer „*Praktischen Geometrie*“ und einer „*Theoretischen Geometrie*“ unterschieden werden muss: Während es in der erstgenannten darum geht, mit „handhabbaren“ technischen Instrumenten (wie z. B. Punktierstift, Lineal und Zirkel) konkrete Konstruktionen tatsächlich „*sichtbar*“ durchzuführen, geht es im zweiten Fall darum, Konstruktionen mit nur „*gedachten*“ geometrischen Objekten (wie z. B. Punkt, Gerade, Kreis) ebenfalls nur zu „*denken*“.

Die im 19. Jh. bewiesene Unlösbarkeit der drei klassischen Probleme legt also eine solche *Theoretische Geometrie* zugrunde, während die vielfach präsentierten „Lösungen“ meist zu einer *Praktischen Geometrie* gehören. Die Untersuchung ausgewählter antiker Lösungsvorschläge kann aber dazu beitragen, entsprechende Einsichten in das Phänomen „Geometrie“ – nämlich: *Praktische Geometrie vs. Theoretische Geometrie* – zu gewinnen.

Vorliegende, seit Langem geplante Darstellung wendet sich an alle, die an mathematikhistorischen Fragestellungen und Lösungen interessiert sind, vor allem an alle, die mit Mathematikunterricht zu tun haben oder dieses vorhaben. Die hier vorgestellten Beispiele eignen sich zur Behandlung in mathematischen Proseminaren und auch im gymnasialen Mathematikunterricht der Oberstufe.

Mein großer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Ulrich Felgner, Universität Tübingen, für viele mathematikhistorische Literaturhinweise, Anregungen und Ratschläge während der Entstehung dieses kleinen Buches in den letzten beiden Jahren bis hin zu dessen Fertigstellung. Alle seine Hinweise habe ich wortgetreu als Zitate dokumentiert. Ferner danke ich Herrn Dr. Walter Franzbecker, Hildesheim, für seine spontane Bereitschaft, dieses Werk in seinem Verlag erscheinen zu lassen.

*Horst Hischer, im Juli 2015 und im Juni 2018*